

1 離散系バージョンの関数探し

1.1 Introduction

大好きな結城さんのサイトにある「数学ガール」'離散系バージョンの関数探し'の
”ぜひあなたも自分で考えてみてください”

”「もっと適切な関数が見つかるのではないだろうか」と思っています”

というセリフに感化され、自分も離散系での関数を考えてみることにしました。ここでは \sin 関数を紹介したいと思います。差分の詳しい定義は結城さんのサイトを参照してください。

『数学ガール・ミルカさんとテトラちゃん』

<http://www.hyuki.com/girl/>

1.2 Function

私が思いついたのはこのような関数です。

$$f(x) = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i) \right\}^x$$

または

$$f(x) = \cos \frac{\pi}{4}x + i \sin \frac{\pi}{4}x = e^{\frac{i\pi x}{4}}$$

と表しても同じです。複素関数になってしまいましたが、 x について閉じた式で表現できています。三角関数は離散系でも三角関数なんですね。

1.3 Property

2 階差分で符号が逆になり、元の関数に戻ります。

$$\Delta^2 f(x) = -f(x)$$

1 階差分したものの (\cos 関数に対応) との 2 乗和がゼロになります。

$$f^2(x) + (\Delta f(x))^2 = 0$$

x の値を変えていくと、 $f(x)$ は複素平面で半径 1 の円周上を動きます。

1.4 Reference

離散系バージョンの関数探し

<http://www.hyuki.com/story/diffsum2.html>